इकाई 3

वर्ग-वर्गमूल तथा घन-घनमूल

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- एक प्राकृत संख्या एक **पूर्ण वर्ग** कहलाती है, यदि वह किसी प्राकृत संख्या का वर्ग है। अर्थात् यदि $m = n^2$ हो, तो m एक पूर्ण वर्ग है, जहाँ m और n प्राकृत संख्याएँ हैं।
- एक प्राकृत संख्या एक **पूर्ण घन** कहलाती है, यदि वह किसी प्राकृत संख्या का घन है, अर्थात्, यदि $m = n^3$ हो, तो m एक पूर्ण घन है, जहाँ m और n प्राकृत संख्याएँ हैं।
- जब किसी संख्या को स्वयं उसी से गुणा किया जाए तो उससे प्राप्त संख्या उस संख्या का वर्ग कहलाती है।
- जब किसी संख्या को स्वयं उसी से तीन बार गुणा किया जाता है, तो प्राप्त संख्या उस संख्या का घन कहलाती है।
- सम संख्याओं के वर्ग और घन सम संख्याएँ होती हैं।
- विषम संख्याओं के वर्ग और घन विषम संख्याएँ होती हैं।
- एक पूर्ण वर्ग (1 के अतिरिक्त) को सदैव समान अभाज्य गुणनखंडों के युग्मों के गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।
- एक पूर्ण घन (1 के अतिरिक्त) को सदैव समान अभाज्य गुणनखंडों के त्रिकों के गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

© NCERT not to be republished

- एक पूर्ण वर्ग की इकाई का अंक केवल 0, 1, 4, 5, 6 या 9 हो सकता है।
- उस संख्या का वर्ग जिसकी इकाई का अंक–

  1 या 9 है, 1 पर समाप्त होता है।

  2 या 8 है, 4 पर समाप्त होता है।

  3 या 7 है, 9 पर समाप्त होता है।

  4 या 6 है, 6 पर समाप्त होता है।

  5 है, 5 पर समाप्त होता है।
- संख्या n और n+1 के वर्गों के बीच में $2n$ प्राकृत संख्याएँ हैं।
- वह संख्या जिसके अंत में शून्यों की संख्या विषम हो, एक पूर्ण वर्ग नहीं होती है।
- प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं का योग n^2 से प्राप्त होता है।
- तीन प्राकृत a, b और c संख्याओं में, यदि $a^2 + b^2 = c^2$ हो, तो कहा जाता है कि उनसे एक **पाइथागोरियन त्रिक** बनती है।
- प्रत्येक प्राकृत संख्या $m > 1$ के लिए, $2m$, $m^2–1$ और $m^2 + 1$ से एक पाइथागोरियन त्रिक बनती है।
- संख्या x का **वर्गमूल** वह संख्या है जिसका वर्ग x होता है। संख्या x के घनात्मक वर्गमूल को $\sqrt{x}$ से निरूपित किया जाता है।
- संख्या x का **घनमूल** वह संख्या है, जिसका घन x होता है। इसे $\sqrt[3]{x}$ से निरूपित किया जाता है।
- वर्गमूल और घनमूल क्रमशः वर्ग करने और घन करने की प्रतिलोम संक्रियाएँ हैं।
- यदि एक पूर्ण वर्ग n अंकों का है, तो उसके वर्गमूल में $\frac{n}{2}$ अंक होंगे, यदि n सम है तथा $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ अंक होंगे, यदि n विषम है।
- अंक 0, 1, 4, 5, 6 और 9 पर समाप्त होने वाली संख्याओं के घन क्रमशः 0, 1, 4, 5, 6 और 9 अंकों पर ही समाप्त होते हैं।

© NCERT not to be republished

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

1. बताइए कि एक पूर्ण वर्ग का क्या अर्थ है। एक उदाहरण दीजिए।
2. स्पष्ट कीजिए कि एक धनात्मक संख्या के कितने वर्गमूल हो सकते हैं। ये वर्गमूल किस प्रकार से भिन्न हैं?

मुख्य अवधारणाएँ ध्यान देने योग्य

वर्गमूल

शब्द	किसी संख्या n का वर्गमूल एक संख्या m है, जब m को स्वयं से गुणा करने पर n प्राप्त होता है।
संख्याएँ	16 के वर्गमूल 4 और – 4 हैं, क्योंकि $4^2 = 16$ तथा $(-4)^2 = 16$ है।
बीज गणित	यदि $m^2 = n$ है, तब m, n का एक वर्गमूल है।

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

1. किस प्रकार की संख्या का एक शुद्ध (ठीक) वर्गमूल है?
2. किस प्रकार की संख्या का सन्निकट वर्गमूल होता है?
3. किस प्रकार हम एक वर्गमूल, जैसे कि $\sqrt{8}$ का आकलन करने के लिए पूर्ण वर्गों को प्रयोग करते हैं?

- 2 पर समाप्त होने वाली संख्या का घन 8 पर समाप्त होता है तथा 8 पर समाप्त होने वाली संख्या का घनमूल 2 पर समाप्त होता है।
- 3 पर समाप्त होने वाली संख्या का घन 7 पर समाप्त होता है तथा 7 पर समाप्त होने वाली संख्या का घनमूल 3 पर समाप्त होता है।

© NCERT not to be republished

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 से 7 में, चार विकल्प दिये हैं, जिनमें से केवल एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: निम्न में से कौन एक विषम संख्या का वर्ग है?

(a) 256 (b) 361 (c) 144 (d) 400

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 2: निम्न में से किस संख्या में इकाई के स्थान पर 1 होगा?

(a) 19^2 (b) 17^2 (c) 18^2 (d) 16^2

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 3: 18^2 और 19^2 के बीच में कितनी प्राकृत संख्याएँ स्थित हैं?

(a) 30 (b) 37 (c) 35 (d) 36

हल सही उत्तर (d) है।

12/04/18

उदाहरण 4: निम्न में से कौन एक पूर्ण वर्ग नहीं है?

(a) 361 (b) 1156 (c) 1128 (d) 1681

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 5: एक पूर्ण वर्ग में इकाई के स्थान पर कभी भी निम्न अंक नहीं हो सकता।

(a) 1 (b) 6 (c) 5 (d) 3

हल सही उत्तर (d) है।

उदाहरण 6: $\sqrt{176+\sqrt{2401}}$ का मान है–

(a) 14 (b) 15 (c) 16 (d) 17

हल सही उत्तर (b) है।

$\left(\sqrt{176+\sqrt{2401}} = \sqrt{176+49} = \sqrt{225} = 15\right)$

उदाहरण 7: $\sqrt{5625} = 75$ दिया हुआ है। तब $\sqrt{0.5625}+\sqrt{56.25}$ का मान है–

(a) 82.5 (b) 0.75 (c) 8.25 (d) 75.05

हल सही उत्तर (c) है।

(यदि $\sqrt{5625} = 75$, है, तो $\sqrt{0.5625} = 0.75$ और $\sqrt{56.25} = 7.5$ है)

उदाहरण 8 से 14 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 8: 1 और 50 के बीच __________ पूर्ण वर्ग हैं।

हल 6

उदाहरण 9: 100 के घन में __________ शून्य होंगे।

हल 6

उदाहरण 10: 6.1 का वर्ग ____________ है।

हल 37.21

1. किसी संख्या का वर्ग करना और वर्गमूल निकालना प्रतिलोम संक्रियाएँ हैं। आप अन्य कौन-सी प्रतिलोम संक्रियाओं के बारे में जानते हैं?
2. जब एक पूर्ण वर्ग के गुणनखंडों को न्यूनतम से अधिकतम के क्रम में लिखा जाता है, तो आप क्या देखते हैं?
3. आप यह क्यों सोचते हैं कि 4, 9, 16, ... जैसी संख्याएँ पूर्ण वर्ग कहलाती हैं।
4. माना कि आप किसी एक पूर्ण वर्ग के सभी गुणनखंडों को लिखते हैं। इनसें से केवल एक ही गुणनखंड उसका वर्गमूल क्यों है तथा अन्य गुणनखंड वर्गमूल क्यों नहीं है?

© NCERT not to be republished

उदाहरण 11: 0.3 का घन ______ है।

हल 0.027

जोड़िए

- यहाँ पर यह जानने के लिए कि कोई संख्या वर्ग संख्या है या नहीं, कुछ विधियाँ दी गयी हैं।

  यदि हम किसी संख्या के लिए एक ऐसा विभाजन वाक्य ज्ञात कर सकें कि भागफल, भाजक के बराबर हो, तो वह संख्या एक वर्ग संख्या होती है।

  उदाहरणतया $16 \div 4 = 4$, है अत: 16 एक वर्ग संख्या है

  भाज्य भाजक भागफल

- हम गुणनखंडों का भी प्रयोग कर सकते हैं।

  वर्ग संख्या के गुणनखंड युग्मों में आते हैं।

  आकृति में आयतों की विमाएँ दी गयी हैं:

16 के 5 गुणनखंड हैं : 1, 2, 4, 8, 16

चूँकि यहाँ वर्ग खंडों की संख्या विषम है

अत: एक आयत एक वर्ग होगा और

इस वर्ग की भुजा की लंबाई 4 इकाई है।

हम कहते हैं कि 16 का वर्गमूल 4 है

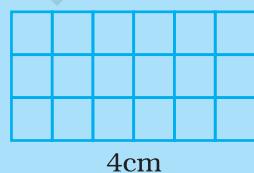
हम लिखते हैं कि $4 = \sqrt{16}$

यदि किसी संख्या के गुणनखंडों की संख्या विषम है, तो वह वर्ग संख्या है।

गुणनखंडों की सूची में एक गुणनखंड जो दो बार आता है उसे एक ही बार लिखा जाता है।

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

1. चर्चा कीजिए कि $\sqrt{75}$ के लिए 9.5 एक अच्छा अनुमान है या नहीं?
2. निर्धारित कीजिए कि किन वर्गमूलों के लिए 7.5 एक अच्छा प्रथम अनुमान है।

© NCERT not to be republished

उदाहरण 12: 68^2 में इकाई के स्थान पर ______ होगा।

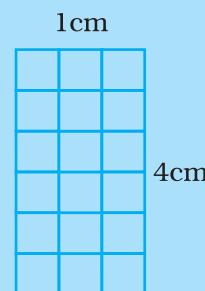
हल 4

उदाहरण 13: संख्या x के घनात्मक वर्गमूल को ________ से निरूपित करते हैं।

हल $\sqrt{x}$

उदाहरण 14: वह न्यूनतम संख्या जिसे 9 से गुणा करने पर एक पूर्ण घन प्राप्त हो ______ है।

हल 3

उदाहरण 15 से 19 में, बताइए कथन सत्य हैं या असत्य–

उदाहरण 15: 0.4 का वर्ग 0.16 है।

हल सत्य

उदाहरण 16: 729 का घनमूल 8 है।

हल असत्य

उदाहरण 17: 10^2 और 11^2 के बीच में 21 प्राकृत संख्याएँ हैं।

हल असत्य

उदाहरण 18: प्रथम 7 विषम संख्याओं का योग 49 है।

हल असत्य

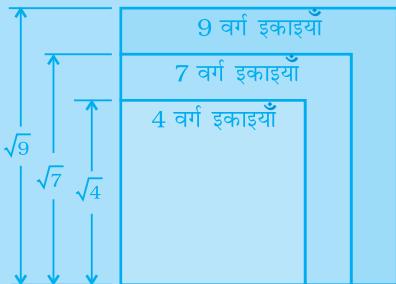
उदाहरण 19: n अंकों वाले एक पूर्ण वर्ग के वर्गमूल में $\frac{n}{2}$ अंक होंगे, यदि n सम है।

हल सत्य

उदाहरण 20: 36 को उत्तरोत्तर विषम प्राकृत संख्याओं के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

हल 1+3+5+7+9+11 = 36

A rectangle is a quadrilateral with 4 right angles.
A square also has 4 right angles.

A rectangle with base 4 cm and height 1cm is the same as a rectangle with base 1cm and height 4 cm.

These two rectangles are congruent.
Is every square a rectangle?
Is every rectangle a square?

1cm

4cm

© NCERT not to be republished

किसी एक ग्रिड कागज पर नीचे दिये गये आरेख की प्रति बनाइए।

उसके बाद एक दशमलव स्थान तक $\sqrt{7}$ के मान का आकलन कीजिए।

उदाहरण 21: अभाज्य गुणनखंडन द्वारा जाँच कीजिए कि 90 एक पूर्ण वर्ग है या नहीं।

हल

2	90
3	45
3	15
5	5
	1

90 का अभाज्य गुणनखंडन है–

$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

अभाज्य गुणनखंड 2 और 5 युग्मों में नहीं प्रकट हो रहे हैं। अत: 90 एक पूर्ण वर्ग नही हैं।

उदाहरण 22: अभाज्य गुणनखंडन द्वारा जाँच कीजिए कि 1728 एक पूर्ण घन है या नहीं।

हल 1728 का अभाज्य गुणनखंडन है–

$1728 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

क्योंकि सभी अभाज्य गुणनखंडों को तीन-तीन के समूहों में रखा जा सकता है, अत:, 1728 एक पूर्ण घन है।

अनुप्रयोग कीजिए

वर्गाकार टाइलों का प्रयोग कीजिए। 28 वर्ग इकाई क्षेत्रफल लेते हुए, जितने संभव हों सकें, विभिन्न आयत बनाइए। अपने आयतों को ग्रिड कागज पर बनाइए। क्या 28 एक पूर्ण वर्ग है? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

© NCERT not to be republished

उदाहरण 23: वितरण नियम का प्रयोग करते हुए 43 का वर्ग ज्ञात कीजिए।

हल $43 = 40 + 3$

अत: $43^2 = (40 + 3)^2 = (40 + 3)\ (40 + 3) = 40\ (40 + 3) + 3(40 + 3)$

$= 40 \times 40 + 40 \times 3 + 3 \times 40 + 3 \times 3$

$= 1600 + 240 + 9$

$= 1849$

अत: $43^2 = 1849$

उदाहरण 24: एक पाइथागोरियन त्रिक लिखिए, जिसकी सबसे छोटी संख्या 6 है।

हल सबसे छोटी संख्या 6 है।

$2m = 6$ या $m = 3$

$m^2 + 1 = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$

$m^2 - 1 = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

अत:, पाइथागोरियन त्रिक (6, 8, 10) है।

जोड़िए

$\sqrt{20}$ के मान को आकलित करने की एक विधि दी गयी है:

- 20 के निकटतम लेकिन 20 से अधिक, 25 एक वर्ग संख्या है।

  ग्रिड कागज पर एक वर्ग खींचिए जिसका क्षेत्रफल 25 है।

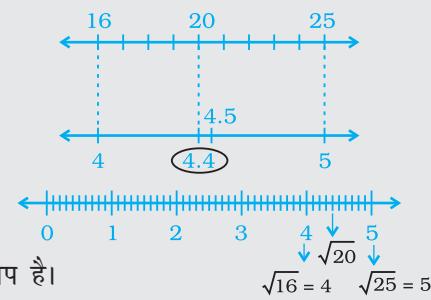
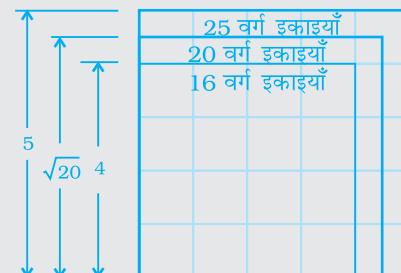
  इसकी भुजा की लंबाई : $\sqrt{25} = 5$

- 20 के निकटतम परंतु 20 से कम, 16 एक वर्ग संख्या है।

  क्षेत्रफल 16 का एक वर्ग खींचिए।

  इसकी भुजा की लंबाई : $\sqrt{16} = 4$

वर्गों को इस प्रकार खींचिए ताकि, वे एक-दूसरे के ऊपर हों।

क्षेत्रफल 20 वाला वर्ग इन दोनों वर्गों के बीच में स्थित है।

इसकी भुजा की लंबाई $\sqrt{20}$ है।

20 संख्या 16 और 25 के बीच में स्थित है परंतु, 16 के अधिक निकट है।

अत:, $\sqrt{20}$, $\sqrt{16}$ और $\sqrt{25}$ के बीच में है, परंतु $\sqrt{16}$ के अधिक समीप है।

अत:, $\sqrt{20}$, 4 और 5 के बीच में है, तथा 4 के अधिक समीप है।

$\sqrt{20}$ का एक दशमलव स्थान तक आंकलन 4.4 है

© NCERT not to be republished

समस्या हल करने की युक्ति

कोई दंपत्ति एक वर्गाकार खिड़की लगवाना चाहता है, जिसका क्षेत्रफल 500 वर्ग cm है। खिड़की की प्रत्येक भुजा की लंबाई तथा आवश्यक फ्रेम का परिमाप cm के निकटतम दशांश तक ज्ञात कीजिए।

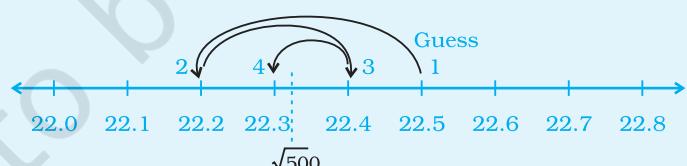
समस्या को समझिए

पहले भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए। फिर आप भुजा की इस लंबाई का प्रयोग करते हुए, फ्रेम का परिमाप ज्ञात कर सकते हैं।

एक योजना बनाइए

भुजा की लंबाई (cm में) वह संख्या है, जिसका स्वयं से गुणा करने पर 500 प्राप्त होता है इस संख्या को निकटतम दशांश तक ज्ञात कीजिए।

अनुमान लगाइए और $\sqrt{500}$ ज्ञात करने के लिए इसकी जाँच कीजिए।

हल कीजिए

क्योंकि 500, 22^2 (484) और 23^2 (529) के बीच में स्थित है, इसलिए 500 का वर्गमूल 22 और 23 के बीच में होगा।

यह वर्गमूल 22.3 और 22.4 के बीच में है। निकटतम दशांश तक सन्निकटित करने के लिए 22.35 पर विचार कीजिए।

अनुमान 22.5	अनुमान 22.2	अनुमान 22.4	अनुमान 22.3
22.5^2 506.25	$22.2^2 = 492.84$	$22.4^2 = 501.76$	$22.3^2 = 497.29$
अधिक	कम	अधिक	कम
वर्गमूल 22 और 22.5 के बीच में है	वर्गमूल 22.2 और 22.5 के बीच में है	वर्गमूल 22.2 और 22.4 के बीच में है	वर्गमूल 22.3 और 22.4 के बीच में है

$22.35^2 = 499.5225$ कम

वर्गमूल को 22.35 से अधिक होना चाहिए। अतः आप इसे ऊपर की ओर सन्निकटित कीजिए।

इस प्रकार निकटतम दशांश तक $\sqrt{500}$ लगभग 22.4 है।

अब खिड़की की चारों ओर की लंबाई का आकलन कीजिए। खिड़की की एक भुजा की लंबाई (निकटतम दशांश तक) 22.4 है,

अतः, फ्रेम का परिमाप $4 \times 22.4 = 89.6$ *(Perimeter = 4 × dm)* है।

मुड़ कर देखिए

लंबाई 90cm को 4 से भाग देने पर 22.5 cm प्राप्त होता है। 22.5cm वाली भुजा के वर्ग का क्षेत्रफल 506 वर्ग cm है, जो 500 वर्ग cm के निकट है। इस प्रकार उत्तर उचित है।

© NCERT not to be republished

उदाहरण 25: अभाज्य गुणनखंडन का प्रयोग करते हुए, 5832 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल 5832 का अभाज्य गुणनखंडन है–

2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$5832 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

अतः, $\sqrt[3]{5832} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times3\times3\times3\times3\times3\times3}$

$= 2 \times 3 \times 3$

$= 18$

आगे बढ़ें

a) प्रत्येक पालिनड्रोमिक संख्या का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।
(एक पालिनड्रोमिक संख्या वह संख्या है जिसे आगे तथा पीछे से पढ़ने पर एक ही पढ़ा जाए)

(i) $\sqrt{121} = 11$

(ii) $\sqrt{12321} = 111$

(iii) $\sqrt{1234321} = 1111$

(iv) $\sqrt{123454321} = 1111$

b) उपरोक्त पैटर्न को जारी रखिए।
इस पैटर्न में अगली चार पालिनड्रोमिक संख्याएँ तथा उनके वर्गमूल लिखिए।

सोचिए और चर्चा कीजिए

1. क्या 1 वर्ग संख्या है। आप कैसे बता सकते हैं?
2. मान लीजिए कि आपको एक वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात है। आप इसका परिमाप कैसे ज्ञात कर सकते हैं?
3. माना कि आपको एक वर्ग का परिमाप ज्ञात है। आप इसका क्षेत्रफल कैसे ज्ञात कर सकते हैं?

© NCERT not to be republished

12/04/18

उदाहरण 26: लंबी विभाजन विधि द्वारा 22.09 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

हल

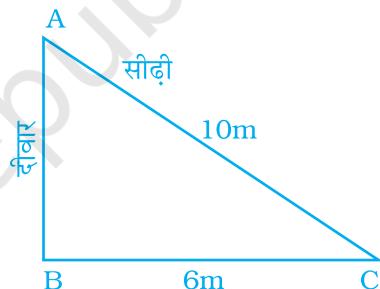
```
        4.7
    ┌──────
  4 │ 22.09
    │ 16
    ├──────
 87 │  609
    │  609
    ├──────
    │    0
```

अत:, $\sqrt{22.09} = 4.7$

उदाहरण 27: वह न्यूनतम पूर्ण वर्ग ज्ञात कीजिए, जो 3, 4, 5 और 6, से विभाज्य है।

हल 3, 4, 5 और 6 से विभाज्य न्यूनतम संख्या इनका LCM है। 3, 4, 5 और 6 का LCM = 60 है। अब, $60 = 2 \times 2 \times 5 \times 3$ है।

हम देखते हैं कि यहाँ अभाज्य गुणनखंड 5 और 3 युग्मों में नहीं है। अत:, 60 एक पूर्ण वर्ग नहीं है। अत:, 60 को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए, हमें इसे $5 \times 3 = 15$ से गुणा करना चाहिए।

अत:, वांछित न्यूनतम पूर्ण वर्ग = $60 \times 15 = 900$ है।

उदाहरण 28: 10 m लंबी एक सीढ़ी एक दीवार के सहारे टिकी हुई है। यदि सीढ़ी का निचला सिरा दीवार से 6 m दूर है तथा सीढ़ी ठीक दीवार के ऊपरी सिरे तक पहुँचती है, तो दीवार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि AC सीढ़ी है।

अत:, AC = 10 m है।

मान लीजिए कि सीढ़ी के निचले सिरे की दीवार से दूरी BC है।

अत:, BC = 6 m है।

ΔABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसका कोण B समकोण है।

पाइथागोरस प्रमेय से,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$10^2 = AB^2 + 6^2$$

या $$AB^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

या $$AB = \sqrt{64} = 8 \text{ m}$$

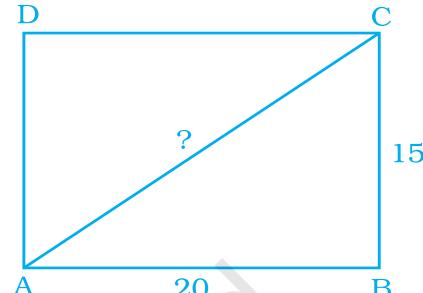
अत:, दीवार की ऊँचाई 8 m है।

12/04/18

© NCERT not to be republished

उदाहरण 29: विमाओं $20\,m \times 15\,m$ वाले आयत के विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।

हल पाइथागोरस प्रमेय के प्रयोग से हमें प्राप्त होता है–

आयत के विकर्ण की लंबाई

$= \sqrt{(l^2 + b^2)}$ इकाई

$= \sqrt{(20^2 + 15^2)}$ m

$= \sqrt{400 + 225}$ m

$= \sqrt{625}$ m

$= 25$ m

अतः, विकर्ण की लंबाई 25 m है।

जाँच कीजिए

अपने एक साथी के साथ मिलकर जाँच करें:
आपको ग्रिड कागज तथा 20 वर्गाकार टाइल्स की आवश्यकता होगी।
इन टाइलों का प्रयोग करते हुए आप जितने भिन्न-भिन्न आयत बना सकते हों, बनाइए जिनके क्षेत्रफल हैं:

4 वर्ग इकाई
6 वर्ग इकाई
8 वर्ग इकाई
9 वर्ग इकाई
12 वर्ग इकाई
16 वर्ग इकाई
20 वर्ग इकाई

ग्रिड कागज पर आयतें खींचिए।
- उपर्युक्त क्षेत्रफलों में से कितनों के लिए आप एक वर्ग बना सके?
- आपके द्वारा बनाये गये वर्ग की लंबाई क्या है?
- वर्ग की भुजा की लंबाई क्षेत्रफल से किस प्रकार संबंधित है?

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

कक्षा के विद्यार्थियों के किसी अन्य युग्मों की युक्तियों तथा परिणामों से अपनी युक्तियों तथा परिणामों की तुलना कीजिए।

20 वर्ग इकाई से अधिक दो क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिनके लिए आप टाइलों का प्रयोग करके एक वर्ग बना सकते हों।

आप यह कैसे जानते हैं कि आप इन क्षेत्रफलों में से प्रत्येक के लिए एक वर्ग बना पांएगे।

© NCERT not to be republished

12/04/18

उदाहरण 30: एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल जिसकी लंबाई उसकी चौड़ाई की दोगुनी है, 2450 m^2 है। इस खेत का परिमाप ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि खेत की चौड़ाई x m है। तब उसकी लंबाई $2x$ m है।

अत:, आयताकार खेत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

$$= (2x)(x) = (2x^2)\ m^2$$

यह क्षेत्रफल 2450 m^2 दिया है।

अत:, $2x^2 = 2450$

$$x^2 = \frac{2450}{2}$$

$x = \sqrt{1225}$ या $x = 35\ m^2$

अर्थात्, खेत की चौड़ाई = 35 m है। इसलिए,

इसकी लंबाई 35 × 2 m = 70 m है।

अत:, खेत का परिमाप = 2 (l + b)

$$= 2(70+35)m = 2×105m = 210m$$

उदाहरण 31: एक व्यापक ड्रिल अभ्यास के लिए विभिन्न स्कूलों के 6250 विद्यार्थियों को पंक्तियों में इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि प्रत्येक पंक्ति में उतने ही विद्यार्थी रहें, जितनी कि पंक्तियों की संख्या है। ऐसा करने पर प्रशिक्षक यह पाता है कि 9 विद्यार्थी शेष रह जाते हैं। उस वर्ग की प्रत्येक पंक्ति में विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल विद्यार्थियों की कुल संख्या = 6250

वर्ग बनाने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 6250 – 9

= 6241

अत:, 6241 विद्यार्थी एक बड़ा वर्ग बनाते हैं, जिसकी प्रत्येक पंक्ति में उतने ही विद्यार्थी हैं जितनी कुल पंक्तियाँ हैं।

मान लीजिए कि प्रत्येक पंक्ति में x विद्यार्थी हैं। अत:, पंक्तियों की संख्या = x है।

अत:, $x \times x = 6241$

या $x = \sqrt{6241} = 79$

अत:, बनाये गये वर्ग की प्रत्येक पंक्ति में 79 विद्यार्थी हैं।

© NCERT not to be republished

उदाहरण 32: वह न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए, जिसे 1500 में जोड़ने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो। साथ ही, इस पूर्ण वर्ग का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

हल

	38
3	1500
	9
68	600
	544
	56

हम देखते हैं कि $38^2 < 1500 < 39^2$

अतः, जोड़ी जाने वाली संख्या $= 39^2 - 1500$

$= 1521 - 1500$

$= 21$

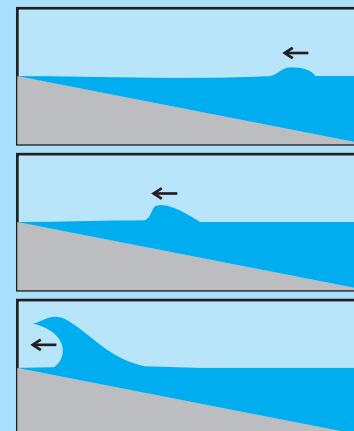
अतः, पूर्ण वर्ग $1500 + 21 = 1521$ है।

साथ ही, $\sqrt{1521} = 39$ है।

अतः, वाँछित संख्या 21 है तथा वाँछित वर्गमूल 39 है।

सुनामी, जिन्हें कभी-कभी ज्वार भाटा भी कहते हैं, गहरे महासागरों में तीव्र गति से चलते हैं जिनसे पानी की सतह पर कुछ लहरें बनती हैं। जब ये सुनामी छिछले पानी से टकराती हैं तब उनकी ऊर्जा ऊपर की ओर बढ़कर एक भयंकर विनाशकारी बल के रूप में बदल जाती हैं।

सुनामी भूकंपों, ज्वालामुखियों, भूस्खलनों या उल्कापातों के कारण बन सकती हैं।

1. सुनामी की गति, मीटर प्रति सेकेंड, सूत्र $r = \sqrt{9.7344d}$, जहाँ d पानी की गहराई मीटर में है, से प्राप्त की जा सकती है। माना कि पानी की गहराई 6400 मीटर है। सुनामी यहाँ पर किस तीव्र गति में चल रही है?

2. सुनामी की गति, किलोमीटर प्रति घंटा, सूत्र $r = \sqrt{4.4944d}$ जहाँ d, पानी की गहराई मीटर में हैं, से प्राप्त की जा सकती है। माना कि पानी की गहराई 8100 मीटर है।

   a) सुनामी किलोमीटर प्रति घंटा किस गति से चल रही है?

   b) यदि पानी की गहराई लगातार 3000 किलोमीटर है तो सुनामी को 3000 किलोमीटर चलने में कितना समय लगेगा?

जैसे – जैसे लहरें सागर तट की ओर बढ़ती हैं, इनकी गति कम होती जाती है, ऊँचाई बढ़ती जाती है और वे तट पर जोर से टकराती हैं।

12/04/18

उदाहरण 33: **समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग**

- वह न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 1620 को भाग देने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो।

हल **समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए**

- प्रश्न में क्या सूचना दी गयी है? – एक संख्या जो पूर्ण वर्ग नहीं है।
- आप क्या ज्ञात करना चाहते हैं? – ऐसी न्यूनतम संख्या जिससे 1620 को भाग देने पर, एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो।

एक युक्ति की योजना बनाइए

- आप अभाज्य गुणनखंडन पहले से ही पढ़ चुके हैं। इसका प्रयोग करते हुए, 1620 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखिए।
- अभाज्य गुणनखंडों के युग्म बनाइए और देखिए कि क्या कोई गुणनखंड बिना युग्मित हुए रह गया है।
- यही गुणनखंड, जो युग्मित नहीं हुआ है, ही वाँछित न्यूनतम संख्या है, जिससे 1620 को भाग देने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त होगा।

हल कीजिए

1620 का अभाज्य गुणनखंडन है–

2	1620
2	810
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

अत:, अभाज्य गुणनखंडों का गुणनफल $= 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

इनके युग्म बनाने पर $= \mathbf{2 \times 2} \times 5 \times \mathbf{3 \times 3} \times \mathbf{3 \times 3}$

अत:, 5 बिना युग्मित हुए रह जाता है।

अत:, वाँछित न्यूनतम संख्या = 5 है।

पुनर्निरीक्षण

1620 को 5 से भाग दीजिए और जाँच कीजिए कि यह एक पूर्ण वर्ग है।

$1620 \div 5 = 324$

हम देखते हैं कि 324 एक पूर्ण वर्ग है। अत:, हमारा उत्तर सही है।

12/04/18

© NCERT not to be republished

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

- प्राप्त पूर्ण वर्ग का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।
- क्या आप एक न्यूनतम संख्या ज्ञात कर सकते हैं जिससे 1620 को गुणा करने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो?
- इस प्राप्त पूर्ण वर्ग का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 24 में, चार विकल्प दिये हैं, जिसमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. 196 निम्न का वर्ग है–

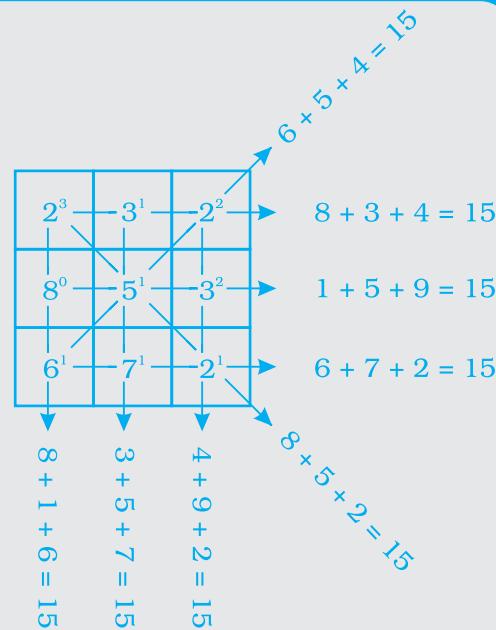
(a) 11 (b) 12 (c) 14 (d) 16

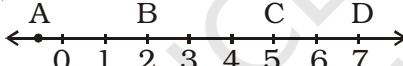
2. निम्न में से कौन एक सम संख्या का वर्ग है?

(a) 144 (b) 169 (c) 441 (d) 625

3. अंक 9 पर समाप्त होने वाली संख्या के वर्ग के इकाई का अंक होगा–

(a) 3 (b) 9 (c) 1 (d) 6

© NCERT not to be republished

मैजिक वर्ग

मैजिक वर्ग, वह वर्ग है जिसमें संख्याओं को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि प्रत्येक पंक्ति, स्तंभ तथा विकर्ण की संख्याओं का योग समान रहे।

नीचे दिये गये प्रत्येक मैजिक वर्ग को पूरा कीजिए:

$\sqrt{36}$		2^2
8^0	$\sqrt{9}$	
	$3^2 - 2$	

	$-(\sqrt{4}+4)$	$-(9^2)$
$-(\sqrt{16})$		0^3
$-(\sqrt{9})$	$2^0 + 1$	

एक ऐसा मैजिक वर्ग बनाने के लिए जिसमें प्रत्येक पंक्ति, स्तंभ व विकर्ण की संख्याओं का योग शून्य हो, संख्याओं – 4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 तथा 4 का प्रयोग कीजिए।

4. निम्न में से किस में इकाई के स्थान पर 4 होगा?

(a) 14^2 (b) 62^2 (c) 27^2 (d) 35^2

5. 5^2 और 6^2 के बीच में कितनी प्राकृत संख्याएँ हैं?

(a) 9 (b) 10 (c) 11 (d) 12

6. निम्न में से कौन एक पूर्ण वर्ग नहीं हो सकता?

(a) 841 (b) 529

(c) 198 (d) उपरोक्त में से सभी

7. 23 के घन में इकाई का अंक है–

(a) 6 (b) 7 (c) 3 (d) 9

8. एक वर्गाकार बोर्ड का क्षेत्रफल 144 वर्ग इकाई है। इस बोर्ड की प्रत्येक भुजा की लंबाई क्या है?

(a) 11 इकाई (b) 12 इकाई (c) 13 इकाई (d) 14 इकाई

9. कौन-सा अक्षर नीचे दी हुई संख्या रेखा पर $\sqrt{25}$ को सबसे अच्छी प्रकार से निरूपित करता है?

(a) A (b) B (c) C (d) D

A B C D
0 1 2 3 4 5 6 7

10. यदि एक पाइथागोरियन त्रिक का एक सदस्य $2m$ है, तो उसके अन्य दो सदस्य हैं–

(a) m, m^2+1

(b) m^2+1, m^2-1

(c) m^2, m^2-1

(d) $m^2, m+1$

11. उत्तरोत्तर विषम संख्याओं 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 और 15 का योग है

(a) 81 (b) 64 (c) 49 (d) 36

12. प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं का योग है–

(a) $2n+1$ (b) n^2 (c) n^2-1 (d) n^2+1

13. निम्न में से कौन-सी संख्या एक पूर्ण घन है?

(a) 243 (b) 216 (c) 392 (d) 8640

14. एक $3x$ और $4x$ भुजाओं वाले समकोण त्रिभुज का कर्ण है–

(a) $5x$ (b) $7x$ (c) $16x$ (d) $25x$

© NCERT not to be republished

15. संख्या पैटर्न 1, 4, 9, 16, 25 .... में अगली दो संख्याएँ हैं-

(a) 35, 48 (b) 36, 49 (c) 36, 48 (d) 35,49

16. 43^2, 67^2 , 52^2 और 59^2 में से कौन अंक 1 पर समाप्त होता है?

(a) 43^2 (b) 67^2 (c) 52^2 (d) 59^2

17. एक पूर्ण वर्ग में इकाई का अंक निम्न कभी नहीं हो सकता-

(a) 1 (b) 8 (c) 0 (d) 6

18. निम्न में से कौन-सी संख्या एक पूर्ण घन नहीं है?

(a) 216 (b) 567 (c) 125 (d) 343

19. $\sqrt[3]{1000}$ बराबर है-

(a) 10 (b) 100 (c) 1 (d) इनमें से कोई नहीं

20. यदि m किसी प्राकृत संख्या n का वर्ग है, तो n है-

(a) m का वर्ग

(b) m से बड़ा

(c) m के बराबर

(d) $\sqrt{m}$

21. n अंकों वाले एक पूर्ण वर्ग, जहाँ n एक सम संख्या है, के वर्गमूल में होंगे-

(a) $n+1$ अंक (b) $\frac{n}{2}$ अंक (c) $\frac{n}{3}$ अंक (d) $\frac{n+1}{2}$ अंक

22. यदि m, n का घनमूल है, तो n बराबर है-

(a) m^3 (b) $\sqrt{m}$ (c) $\frac{m}{3}$ (d) $\sqrt[3]{m}$

23. $\sqrt{248+\sqrt{52+\sqrt{144}}}$ का मान है-

(a) 14 (b) 12 (c) 16 (d) 13

24. $\sqrt{4096} = 64$ दिया है। तब, $\sqrt{4096}+\sqrt{40.96}$ का मान है-

(a) 74 (b) 60.4 (c) 64.4 (d) 70.4

प्रश्न 25 से 48 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ-

25. 1 और 100 के बीच में ________ पूर्ण वर्ग हैं।

26. 1 और 1000 के बीच में ________ पूर्ण घन हैं।

© NCERT not to be republished

27. 1294 के वर्ग में इकाई का अंक ________ है।

28. 500 के वर्ग में ________ शून्य होंगे।

29. किसी प्राकृत संख्या n के लिए n^2 और $(n + 1)^2$ के बीच में प्राकृत संख्याएँ ________ हैं।

30. 24025 के वर्गमूल में ________ अंक होंगे।

31. 5.5 का वर्ग ________ है।

32. 5.3×5.3 का वर्गमूल ________ है।

33. 100 के घन में ________ शून्य होंगे।

34. $1\ m^2$ = ________ cm^2 है।

35. $1m^3$ = ________ cm^3 है।

36. 38 के घन में इकाई का अंक ________ है।

37. 0.7 का वर्ग ________ है।

38. प्रथम 6 विषम प्राकृत संख्याओं का योग ________ है।

39. 57^2 की इकाई का अंक ________ है।

40. उस समकोण त्रिभुज की पूर्णांकीय लंबाईयों वाली भुजाएँ, जिनका कर्ण 17cm है, ________ और ________ हैं।

41. $\sqrt{1.96}$ = ________ है।

42. $(1.2)^3$ = ________ है।

43. एक विषम संख्या का घन सदैव एक ________ संख्या होता है।

44. संख्या x के घनमूल को ________ से निरूपित किया जाता है।

45. वह न्यूनतम संख्या, जिससे 125 को गुणा करने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो, ____________ है।

46. वह न्यूनतम संख्या, जिससे 72 को गुणा करने पर एक पूर्ण घन प्राप्त हो, ____________ है।

47. वह न्यूनतम संख्या, जिससे 72 को भाग देने पर एक पूर्ण घन प्राप्त हो, ____________ है।

48. 7 पर समाप्त होने वाली संख्या का घन ______________ पर समाप्त होगा।

प्रश्न 49 से 86 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

49. 86 के वर्ग में इकाई के स्थान पर 6 होगा।

50. दो पूर्ण वर्गों का योग एक पूर्ण वर्ग होता है।

51. दो पूर्ण वर्गों का गुणनफल एक पूर्ण वर्ग होता है।

© NCERT not to be republished

52. 50 और 60 के बीच में कोई पूर्ण वर्ग नहीं है।

53. 1521 का वर्गमूल 31 है।

54. किसी संख्या के घन में, प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड तीन बार प्रकट होता है।

55. 2.8 का वर्ग 78.4 है।

56. 0.4 का घन 0.064 है।

57. 0.9 का वर्गमूल 0.3 है।

58. प्रत्येक प्राकृत संख्या का वर्ग सदैव उस संख्या से बड़ा होता है।

59. 8000 का घनमूल 200 है।

60. 1 और 100 के बीच में पाँच पूर्ण घन हैं।

61. 100^2 और 101^2 के बीच में 200 प्राकृत संख्याएँ हैं।

62. प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं का योग n^2 है।

63. 1000 एक पूर्ण वर्ग है।

64. एक पूर्ण वर्ग का इकाई का अंक 8 हो सकता है।

65. प्रत्येक प्राकृत संख्या m के लिए $(2m–1,\ 2m^2–2m,\ 2m^2 – 2m + 1)$ एक पाइथागोरियन त्रिक है।

66. एक पाइथागोरियन त्रिक की सभी संख्याएँ विषम प्राकृत संख्याएँ हैं।

67. किसी पूर्णांक a के लिए, a^3 सदैव a^2 से बड़ा होता है।

68. यदि x और y ऐसे पूर्णांक हैं कि $x^2 > y^2$ है, तो $x^3 > y^3$ होगा।

69. मान लीजिए कि x और y प्राकृत संख्याएँ हैं। यदि y, x से विभाज्य है, तो y^3, x^3 से विभाज्य होगा।

70. यदि a^2 अंक 5 पर समाप्त होता है, तो a^3, 25 पर समाप्त होगा।

71. यदि a^2 अंक 9 पर समाप्त होता है, तो a^3, 7 पर समाप्त होगा।

72. n अंकों वाले एक पूर्ण वर्ग के वर्गमूल में $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ अंक होंगे, यदि n विषम है।

73. संख्या x के घनात्मक वर्गमूल को $\sqrt{x}$ से निरूपित करते हैं।

क्या त्रुटि है? एक विद्यार्थी ने कहा कि किसी संख्या का वर्गमूल 1.5 तथा –1.5 है, अत: यह संख्या इन दोनों का गुणनफल –2.25 होना चाहिए। इस विद्यार्थी ने क्या त्रुटि की है?

© NCERT not to be republished

74. इकाई के अंक 7 वाली संख्या के वर्ग का इकाई का अंक 3 होगा।

75. इकाई के अंक 7 वाली संख्या के घन के इकाई का अंक 3 होगा।

76. एक अंकों की संख्या का घन दो अंकों की संख्या नहीं हो सकता।

77. एक सम संख्या का घन एक विषम संख्या होता है।

78. एक विषम संख्या का घन एक सम संख्या होता है।

79. एक सम संख्या का घन एक सम संख्या होता है।

80. एक विषम संख्या का घन एक विषम संख्या होता है।

81. 999 एक पूर्ण घन है।

82. 363×81 एक पूर्ण घन है।

83. 8 के घनमूल +2 और –2 है।

84. $\sqrt[3]{8+27} = \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27}$ है।

85. एक ऋणात्मक पूर्णांक का कोई घनमूल नहीं होता है।

86. किसी संख्या का वर्ग घनात्मक है, अत: उस संख्या का घन भी घनात्मक होगा।

निम्न प्रश्नों को हल कीजिए–

87. प्रथम पाँच वर्ग संख्याएँ लिखिए।

88. 3 के प्रथम तीन गुणजों के घन लिखिए।

89. दर्शाइए कि 500 एक पूर्ण वर्ग नहीं है।

90. 81 को प्रथम 9 विषम प्राकृत संख्याओं के योग के रूप में लिखिए।

91. अभाज्य गुणनखंडन का प्रयोग करते हुए, ज्ञात कीजिए कि निम्न में से कौन पूर्ण वर्ग है–

(a) 484 (b) 11250 (c) 841 (d) 729

92. अभाज्य गुणनखंडन का प्रयोग करते हुए, ज्ञात कीजिए कि निम्न में से कौन पूर्ण घन है–

(a) 128 (b) 343 (c) 729 (d) 1331

93. वितरण नियम का प्रयोग करते हुए, निम्न के वर्ग ज्ञात कीजिए–

(a) 101 (b) 72

94. क्या 6 cm, 10 cm और 8 cm किसी समकोण त्रिभुज की भुजाएँ हो सकती हैं? कारण दीजिए।

© NCERT not to be republished

95. वह पाइथागोरियन त्रिक लिखिए जिसकी एक संख्या 4 है।

96. अभाज्य गुणनखंडन द्वारा, निम्न के वर्गमूल ज्ञात कीजिए–

(a) 11025 (b) 4761

97. अभाज्य गुणनखंडन द्वारा, निम्न के घनमूल ज्ञात कीजिए–

(a) 512 (b) 2197

98. क्या 176 एक पूर्ण वर्ग है? यदि नहीं, तो वह न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए, जिससे 176 को गुणा करने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो।

99. क्या 9720 एक पूर्ण घन है? यदि नहीं, तो वह न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए, जिससे 9720 को भाग देने पर एक पूर्ण घन प्राप्त हो।

100. दो पाइथागोरियन त्रिक लिखिए, जिनमें से प्रत्येक में एक संख्या 5 हो।

101. 216 को किस न्यूनतम संख्या से भाग दिया जाए कि प्राप्त भागफल एक पूर्ण वर्ग हो? इस पूर्ण वर्ग का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

102. 3000 को किस न्यूनतम संख्या से गुणा किया जाए कि प्राप्त गुणनफल एक पूर्ण घन हो? इस पूर्ण घन का घनमूल भी ज्ञात कीजिए।

103. लंबी विभाजन विधि द्वारा, निम्न के वर्गमूल ज्ञात कीजिए–

(a) 1369 (b) 5625

104. लंबी विभाजन विधि द्वारा, निम्न के वर्गमूल ज्ञात कीजिए–

(a) 27.04 (b) 1.44

105. एक पूर्ण वर्ग प्राप्त करने के लिए, 1385 में से किस न्यूनतम संख्या को घटाया जाना चाहिए? इस पूर्ण वर्ग का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

106. 6200 को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए, इसमें किस न्यूनतम संख्या को जोड़ना चाहिए?

107. चार अंकों की ऐसी न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए, जो एक पूर्ण वर्ग है।

108. तीन अंकों की ऐसी अधिकतम संख्या ज्ञात कीजिए, जो एक पूर्ण वर्ग है।

109. वह न्यूनतम वर्ग संख्या ज्ञात कीजिए, जो 3, 4, 5, 6 और 8 से विभाज्य है।

110. उस वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसके विकर्ण की लंबाई 10 सेमी है।

111. एक दशमलव संख्या को स्वयं से गुणा किया जाता है। यदि गुणनफल 51.84 है, तो वह संख्या ज्ञात कीजिए।

© NCERT not to be republished

112. एक दशमलव संख्या ज्ञात कीजिए जिसको स्वयं से गुणा करने पर 84.64 प्राप्त होता है।

113. एक किसान 150 मी भुजा वाले अपने वर्गाकार खेत की जुताई करना चाहता है। उसे कितने क्षेत्रफल में जुताई करवानी होगी?

114. एक वर्गाकार आलेख कागज की प्रत्येक भुजा पर कितनी इकाइयाँ होंगी, यदि इसमें इकाई वर्गो की कुल संख्या 256 हैं?

115. यदि एक घन की एक भुजा की लंबाई 15 मी है, तो उसका आयतन ज्ञात कीजिए।

116. एक आयताकार खेत की भुजाएँ 80 मी और 18 मी हैं। इसके विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।

117. एक वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि इसका परिमाप 96 मी है।

118. एक घन की प्रत्येक भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए, यदि उसका आयतन 512 सेमी^{3} है।

119. तीन संख्याएँ 1: 2: 3 के अनुपात में हैं तथा इनके घनों का योग 4500 है। ये संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

120. भुजा 6.5 मी वाले एक वर्गाकार कमरे में कालीन बिछाने के लिए, कितने वर्गमीटर कालीन की आवश्यकता होगी?

121. उस वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल 6.4 मी और 2.5 मी भुजाओं वाले एक आयत के क्षेत्रफल के बराबर है।

122. दो पूर्ण घनों का अंतर 189 है। यदि इनमें से छोटी संख्या का घनमूल 3 है, तो बड़ी संख्या का घनमूल ज्ञात कीजिए।

123. यदि 1024 पौधों को इस प्रकार लगाया जाता है कि प्रत्येक पंक्ति में उतने ही पौधे हों, जितनी पंक्तियाँ हैं, तो प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए।

124. एक हॉल में 2704 सीटें हैं। यदि पंक्तियों की संख्या उतनी है जितनी कि एक पंक्ति में सीटें हैं, तो प्रत्येक पंक्ति में सीटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

125. एक जनरल अपने 7500 सैनिकों को एक बड़े से बड़े वर्ग के रूप में खड़ा करना चाहता है। उन्हें खड़ा करने के बाद, उसे पता लगता है कि कुछ सैनिक शेष रह गये हैं। कितने सैनिक शेष रह गये हैं?

126. किसी व्याख्यान कक्ष में, 8649 विद्यार्थी इस प्रकार बैठे हुए थे कि प्रत्येक पंक्ति में उतने ही विद्यार्थी थे, जितनी कि कुल पंक्तियाँ थीं। उस व्याख्यान कक्ष की प्रत्येक पंक्ति में कितने विद्यार्थी थे?

127. राहुल अपने घर से उत्तर की ओर 12 m चलता है और फिर मुड़कर पश्चिम की ओर 35 m चलता है, ताकि वह अपने मित्र के घर पहुँच जाये। लौटते समय वह अपने मित्र के घर से अपने घर तक विकर्णतः चल कर पहुँचता है। लौटते समय उसने कितनी दूरी तय की?

© NCERT not to be republished

128. 5.5 मी लंबी एक सीढ़ी एक दीवार के सहारे टिकी हुई है। यह सीढ़ी दीवार की 4.4 मी ऊँचाई तक पहुँचती है। सीढ़ी के निचले सिरे की दीवार से दूरी तय कीजिए।

129. एक राजा अपने राज्य के एक चतुर व्यक्ति और सलाहकार को पुरस्कार देना चाहता है। उसने उस चतुर व्यक्ति से पुरस्कार स्वयं ही तय करने को कहा। उस चतुर व्यक्ति ने राजा को धन्यवाद देकर कहा कि वह एक मास तक प्रतिदिन केवल कुछ सोने के सिक्के माँगेगा। सिक्कों को इस पैटर्न पर दिया जाता है– पहले दिन एक सिक्का, दूसरे दिन 3 सिक्के, तीसरे दिन 5 सिक्के इत्यादि 30 दिन तक। बिना परिकलन किये, ज्ञात करें कि उस सलाहकार को उस मास में कितने सिक्के प्राप्त होंगे।

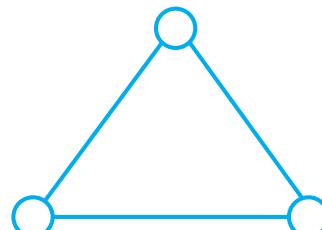
130. 2 : 3 : 5 के अनुपात में ऐसी तीन संख्याएँ ज्ञात कीजिए, जिनके वर्गों का योग 608 है।

131. 8, 9 और 10 से विभाज्य न्यूनतम वर्ग संख्या ज्ञात कीजिए।

132. एक वर्गाकार प्लॉट का क्षेत्रफल $101\frac{1}{400}$ m² है। इस प्लॉट की एक भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

133. बार-बार व्यवकलन की विधि से 324 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

134. तीन संख्याएँ 2: 3: 4 के अनुपात में हैं। इनके घनों का योग 0.334125 है। ये संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

मान निकालिए–

135. $\sqrt[3]{27}+\sqrt[3]{0.008}+\sqrt[3]{0.064}$

136. $\left\{\left(5^2+\left(12^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right\}^3$

137. $\left\{\left(6^2+\left(8^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right\}^3$

138. एक पूर्ण वर्ग संख्या में 4 अंक हैं, जिसमें से कोई भी शून्य नहीं है। इसके अंक बाएँ से दाएँ इस प्रकार के मानों वाले हैं– सम, सम, विषम, सम। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

139. नीचे आकृति में, प्रत्येक वृत में ऐसी संख्याएँ लिखिए कि जब आप प्रत्येक रेखा की संख्याओं को जोड़ें, तो योग सदैव एक पूर्ण वर्ग हो।

© NCERT not to be republished

12/04/18

140. दो वर्गों के परिमाप 40 मीटर और 96 मीटर हैं। उस वर्ग का परिमाप ज्ञात कीजिए, जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वर्गों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है।

141. तीन अंकों वाली एक पूर्ण वर्ग संख्या इस प्रकार है कि यदि इन्हें उल्टा देखा जाए, तो भी वह पूर्ण वर्ग संख्या होगी। वह संख्या क्या है?

(संकेत– 1, 0 और 8 उल्टा देखने पर वही दिखायी देती हैं। 6 और 9 को उल्टा देखने पर 6 बन जाता है 9 और 9 बन जाता है 6)।

142. 13 और 31 ऐसी अदभुत संख्याओं के युग्म हैं कि वे और इनके वर्ग 169 और 961 एक दूसरे के अंक पलटने से प्राप्त होते हैं। क्या आप ऐसी संख्याओं के अन्य युग्म ज्ञात कर सकते हैं?

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1. तुरंत तरकीब

© NCERT not to be republished

© NCERT not to be republished

शाबाश इसकी वास्तविक गुणन से जाँच करो।

वर्ग सही है।

मित्रों! आप इस तरकीब को 425 या 705 या 5 पर समाप्त होने वाली किसी भी तीन अंकों की संख्या पर लागू कर सकते हैं। आप निश्चय ही इसका आनंद लेंगे

गीता, अब मैं तुम्हें एक अन्य तरकीब सिखाती हूँ

अवश्य

इस तरकीब से आप किसी भी 4, 5 या 6 अंकों वाले एक पूर्ण घन का मौखिक रूप से घनमूल ज्ञात कर सकते हैं।

ठीक है! परंतु हमें करना क्या होगा?

4, 5 या 6 अंकों का एक पूर्ण घन लीजिए।

91125

दायीं ओर से प्रारंभ करके 3 अंकों के बाद एक अर्धविराम लगाइए

91, 125

इसके इकाई के स्थान पर अंक देखिए और इसके घन की इकाई का अंक ज्ञात कीजिए।

© NCERT not to be republished

© NCERT not to be republished

2. क्रॉसवर्ड पहेली

डाउन

1. Cube of 9
1. 9 का घन
2. Missing number to make 12, ____, 37, a pythagorean triplet.
2. 12, ____, 37, को एक पाइथागोरियन त्रिक बनाने के लिए एक अज्ञात संख्या।
4. Smallest number by which 248 be multiplied to make the resultant a perfect cube number.
4. न्यूनतम संख्या जिससे 248 को गुणा करने पर गुणनफल पूर्णघन है।
5. Square of 75
5. 75 का वर्ग।
6. Smallest square number that is divisible by each of 5 and 11
6. 5 और 11 से विभाज्य न्यूनतम वर्ग संख्या।
9. Without adding, find the sum of 1+ 3+ 5+ 7+ 9+ 11
9. बिना जोड़े इसका योग ज्ञात कीजिए- 1+ 3+ 5+ 7+ 9+ 11
10. Smallest number which when added to 7669 makes the resultant a perfect square.
10. न्यूनतम संख्या जिसे 7669 में जोड़ने पर पूर्ण वर्ग प्राप्त होता है।

एक्रॉस

2. Square of 19
2. 19 का वर्ग।
3. By just looking at given numbers find the number which cannot be a perfect square numbers – 81, 100, 144, 25000
3. नीचे दी गयी संख्याओं को देखें एवं उस संख्या की खोज करें, जो पूर्ण वर्ग नहीं है –

   81, 100, 144, 25000
7. Square root of 4489
7. 4489 का वर्गमूल।

© NCERT not to be republished

8. Smallest natural number other than 1 which is a perfect square as well as perfect cube number.

8. 1 के अतिरिक्त वह न्यूनतम संख्या जो पूर्ण वर्ग और पूर्ण घन दोनों है।

10. Cube root of 357911

10. 357911 का घनमूल।

11. Smallest number which when subtracted from 374695 makes the resultant a perfect square number.

11. वह न्यूनतम संख्या जिसे 374695 में से घटाने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो।

1	2			6
3	5			
4	7	10		
			9	
11			8	

© NCERT not to be republished